



LUNDS
UNIVERSITET

Institutionen för
REGLERTEKNIK

Reglerteori

Inlämningsuppgift 1

Allmänt om inlämningsuppgifterna

Kursen Reglerteori innehåller två obligatoriska inlämningsuppgifter. Uppgifterna består oftast av att studera ett teoretiskt begrepp inom reglertekniken eller av att göra beräkningar med något datorhjälpmedel, till exempel MATLAB. Det är meningen att du aktivt ska använda dina kunskaper inom bland annat komplex och linjär analys för att lösa uppgifterna. Somliga uppgifter är av diskussionskaraktär och kommer att förutsätta att du/ni på egen hand söker efter svaren i tillgänglig litteratur.

Inlämningsuppgift 1 genomförs i grupper om två eller tre teknologer. Uppgiften redovisas muntligt vid ett seminarium. I redovisningen ingår även att opponera på de andra gruppernas presentationer. Dessutom ska en skriftlig rapport per grupp lämnas in i samband med presentationen.

Anvisningar

Själva rapportskrivandet är en viktig del av arbetet med inlämningsuppgifterna, och rapporterna kommer att bedömas både vad gäller innehåll och form. Målgrupp för rapporterna är teknologer liknande er själva. Tillämpa gärna de riktlinjer som givits i tidigare kurser i skriftlig framställning. Några instruktioner:

- Skriv gärna rapporten för hand, men skriv läsligt och välstrukturerat. Skriv fullständiga meningar.
- Börja om möjligt med att presentera problemet som ska lösas. Förklara införda beteckningar.
- Förklara de olika stegen i din lösning och ge logiska motiveringar till dem. Namnge resultat som används (Pythagoras sats, argumentvariationsprincipen, ...).
- Kontrollera att du verkligen svarar på de frågor som ställs.
- Bifoga figurer om det underlättar förståelsen. Bifoga också programkod om du använder något numeriskt verktyg.
- Kör du fast med en lösning så diskutera problemet med andra kursdeltagare eller med någon lärare.

Bedömning

I kursen Reglerteori ges enbart betygen Godkänt och Icke godkänt. För att få Godkänt på kursen krävs att båda inlämningsuppgifterna är godkända. För att bli godkänd på den första inlämningsuppgiften krävs att presentationen och den inlämnade rapporten är godkända.

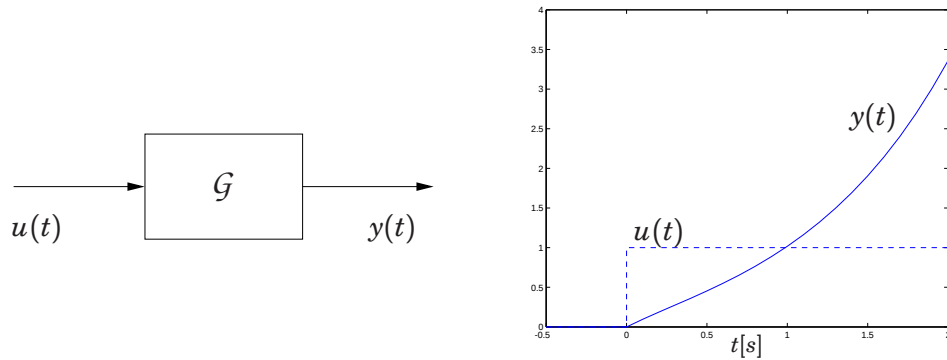


Figure 1 Systemet och dess stegsvar i Uppgift 1a).

1.

- a. Vid ett experiment applicerades en stegfunktion $u(t) = 1, t \geq 0$, till ett linjärt tidsinvariant system G som initialt var i vila. Stegsvaret visas i Figur 1. Följande funktion beskriver svaret $y(t)$:

$$y(t) = \frac{1}{2} \left(e^t - \frac{1}{3} e^{-3t} - \frac{2}{3} \right), \quad t \geq 0.$$

Beräkna impulssvaret.

- b. Beräkna överföringsfunktionen $G(s)$ för systemet G i uppgift a) med hjälp av definitionen av Laplacetransformen. Laplacetransformationen $G(s)$ konvergerar bara i ett halvplan $\text{Re } s > \alpha$. Bestäm α .
- c. Visa att den allmänna lösningen $y(t)$ för ett linjärt system

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \quad x(0) = x_0 \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

kan skrivas som

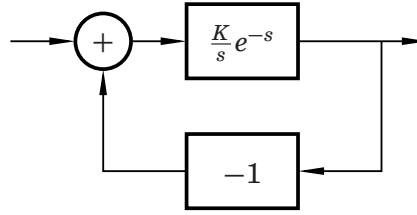
$$y(t) = |G(i\omega)| \sin(\omega t + \arg(G(i\omega))) + C e^{At} (x_0 - \bar{x}_0(\omega)),$$

då $u(t) = \sin \omega t = (e^{i\omega t} - e^{-i\omega t})/2i, t \geq 0$, där ω är ett reellt tal. Man brukar tala om frekvensfunktionen $G(i\omega)$ och transienter. Ange speciellt uttrycken för $G(i\omega)$ och $\bar{x}_0(\omega)$.

- d. Den linjäriserade dynamiken för systemet med två vattentankar som används i Laboration 1–2 i grundkursen FRT010 Reglerteknik AK kan skrivas

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{\gamma_1}{2\sqrt{x_1^0}} x_1 + \delta u \\ \dot{x}_2 &= \frac{\gamma_1}{2\sqrt{x_1^0}} x_1 - \frac{\gamma_2}{2\sqrt{x_2^0}} x_2 \end{aligned}$$

där x_1 är höjden för tank 1 och x_2 är höjden för tank 2. Välj arbetspunkten ($x_1^0 = 0.5, x_2^0 = 0.5$) och parametrar enligt manualen för Laboration 2. Simulera sedan den linjäriserade modellen med en insignal $u(t) = A \sin(\omega t)$ i



Figur 2 Systemet som avses i Uppgift 1e).

MATLAB för olika amplituder A , frekvenser ω och initialtillstånd x_0 . Studera speciellt vad som händer då initialtillståndet väljs så att initialtransienten försvinner, under utnyttjande av resultatet i uppgift c). Ledning: Funktionen `lsim` i MATLAB kan användas för simulering av system på tillståndsform.

- e. Ett exempel på ett system vars överföringsfunktion inte är en rationell funktion, är systemet i Figur 2. För vilka $K > 0$ är detta (slutna) system stabilt? Skissa också utsignalen i tidsintervallet $t \in [0, 3]$ då ett steg $r(t) = 1$ appliceras vid $t = 0$ som insignal till detta återkopplade system som initialt befinner sig i vila.

2.

- a. Formulera argumentvariationsprincipen. Föreslå också en modifiering som kan tänkas gälla för system enligt Figur 2. Du behöver inte bevisa den.
- b. Betrakta processen

$$G(s) = \frac{K}{(s+1)^3}.$$

Systemet återkopplas med en förstärkning -1 . För vilka $K > 0$ är slutna systemet stabilt? Använd argumentvariationsprincipen. Kontrollera också med hjälp av villkoret för system av tredje ordningen.

- c. Betrakta processen

$$P(s) = \frac{2}{s+2},$$

samt PI-regulatorn

$$C(s) = K \frac{s+1}{s}.$$

Använd MATLAB för att plotta Nyquistkurvan för kretsöverföringsfunktionen $L(s) = P(s)C(s)$, för olika värden på förstärkningen K . Plotta och studera speciellt bilden av den lilla halvcirkeln. Exempelkod:

```
K = 2; b=K*[2 2]; a=[1 2 0]; L=tf(b,a);
fi=[-1:0.01:1]*pi/2; circ=exp(i*fi);
wmin=2e-1; wmax=0.5e3;
bs=polyval(b,wmin*circ);
as=polyval(a,wmin*circ);
gcirc=bs./as;
plot(real(gcirc),imag(gcirc))
hold on
nyquist(L,{wmin,wmax})
```

3.

a. Betrakta det öppna systemet

$$L(s) = K \frac{(s+2)(s+1.9)}{s^3-1}.$$

Har öppna systemet några instabila poler? För vilka värden på $K > 0$ stabiliseras systemet med hjälp av enkel -1 -återkoppling? Rita Nyquistkurvan och använd argumentvariationsprincipen. Exempelkod i MATLAB:

```
K=1; L=tf(K*[1,3.9,3.8],[1,0,0,-1]);
nyquist(L)
```

b. Använd argumentvariationsprincipen för att ange de värden på $K > 0$ för vilka det öppna systemet

$$L(s) = K \frac{2s+1}{s^2(s+1)(0.4s+1)}$$

ger stabilt respektive instabilt slutet system vid återkoppling med -1 . Diskutera speciellt bilden av den lilla halvcirkeln. Exempelkod:

```
b=[0,0,0,2,1]; a=[0.4,1.4,1,0,0]; L=tf(b,a)
fi=[-1:0.01:1]*pi/2; circ=exp(i*fi);
wmin=0.5;wmax=10;
bs=polyval(b,wmin*circ);
as=polyval(a,wmin*circ);
gcirc=bs./as;
plot(real(gcirc),imag(gcirc))
hold on
nyquist(L,{wmin,wmax})
```

Argumentvariationsprincipen beskriver även hur *antalet* poler i högra halvplanet varierar för de olika $K > 0$. Verifiera med MATLAB genom att beräkna rötterna till slutna systemets nämnarpolynom för de intressanta värdena på K . Exempelkod:

```
b=[0,0,0,2,1]; a=[0.4,1.4,1,0,0];
roots(a+K*b)
```

Vad händer om öppna systemet i stället är

$$L(s) = K \frac{2s-1}{s^2(s+1)(0.4s+1)}$$

4.

a. Beskriv Bodes relationer och vilka verktyg som används för dess härledning.

b. En variant av Bodes relationer som kan användas för att numeriskt beräkna faskurvan utifrån beloppsskurvan ges av

$$\arg G(i\omega_0) = \frac{2\omega_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{\log |G(i\omega)| - \log |G(i\omega_0)|}{\omega^2 - \omega_0^2} d\omega$$

Använd detta samband för att beräkna faskurvan för överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{s+1}.$$

I MATLAB kan man för numerisk integration till exempel använda quad.

Vad händer om du sätter

$$G(s) = \frac{1}{s-1}$$

Jämför med de exakta uttrycken för fasen.

c. Betrakta Bodediagrammet för

$$G(s) = \frac{(s+1/2)(s+2)}{s(s+1/4)(s+1)(s+4)}.$$

Välj $\hat{G}(s)$ vars beloppskurva $|\hat{G}(i\omega)|$ är en rät linje i ett loglog-diagram och som mellan $\omega = 1/4$ och $\omega = 4$ approximerar $G(i\omega)$. Bestäm alltså K och a i

$$\hat{G}(s) = \frac{K}{s^a},$$

där lutningen a ej måste vara heltal. Beräkna $\arg G(i)$ och jämför med $\arg \hat{G}(i)$. Diskutera kopplingen mellan linjens lutning och faskurvan. För plottning av beloppskurvan för $\hat{G}$ med MATLAB, använd till exempel:

```
om=logspace(log10(1/4),log10(4));
F_mag=K./om.^a;
loglog(om,F_mag)
```