



LUNDS
UNIVERSITET

Institutionen för
REGLERTEKNIK

Reglerteori

Inlämningsuppgift 1

Allmänt om inlämningsuppgifterna

Kursen Reglerteori innehåller två obligatoriska inlämningsuppgifter. Uppgifterna består oftast av att studera ett teoretiskt begrepp inom reglertekniken eller av att göra beräkningar med något datorhjälpmedel, till exempel MATLAB.

Det är meningen att du aktivt ska använda dina kunskaper inom bland annat komplex och linjär analys för att lösa uppgifterna. Somliga uppgifter är av diskussionskaraktär och kommer att förutsätta att du/ni på egen hand söker efter svaren i tillgänglig litteratur.

Övningsuppgifterna som löses på övningarna kan ses som en förberedelse inför inlämningsuppgifterna, med tillgång till handledning.

Inlämningsuppgift 1 genomförs i grupper om två eller tre teknologer. Uppgiften redovisas muntligt tillsammans med två andra grupper. I redovisningen ingår även att opponera på de andra gruppernas presentationer.

Dessutom ska en skriftlig rapport per grupp lämnas in i samband med presentationen, tillsammans med frågor för oppositionen.

Anvisningar

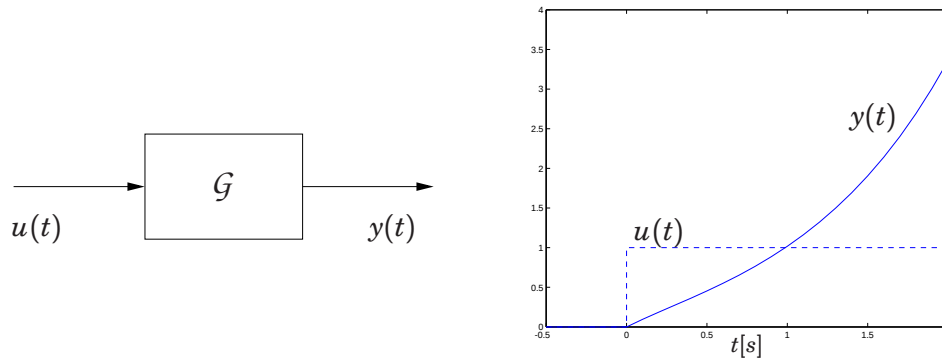
Själva rapportskrivandet är en viktig del av arbetet med inlämningsuppgifterna, och rapporterna kommer att bedömas både vad gäller innehåll och form. Målgrupp för rapporterna är teknologer liknande er själva.

Tillämpa gärna de riktlinjer som givits i tidigare kurser i skriftlig framställning. Några instruktioner:

- Skriv gärna rapporten för hand, men skriv läsligt och välstrukturerat. Skriv fullständiga meningar.
- Börja om möjligt med att presentera problemet som ska lösas. Förklara införda beteckningar.
- Förklara de olika stegen i din lösning och ge logiska motiveringar till dem. Namnge resultat som används (Pythagoras sats, argumentvariationsprincipen, ...).
- Kontrollera att du verkligen svarar på de frågor som ställs.
- Bifoga figurer om det underlättar förståelsen. Bifoga också programkod om du använder något numeriskt verktyg.
- Kör du fast med en lösning så diskutera problemet med andra kursdeltagare eller med någon lärare.

Bedömning

I kursen Reglerteori ges enbart betygen Godkänt och Icke godkänt. För att få Godkänt på kursen krävs att båda inlämningsuppgifterna är godkända. För att bli godkänd på den första inlämningsuppgiften krävs att presentationen och den inlämnade rapporten är godkända.



Figur 1 Systemet och dess stegsvar i Uppgift 1.

1. Vid ett experiment applicerades en stegfunktion $u(t) = 1, t \geq 0$ till ett linjärt tidsinvariant system $\mathcal{G}$ som initialt var i vila. Stegsvaret syns i Figur 1. Följande funktion beskriver svaret $y(t)$:

$$y(t) = \frac{1}{2} \left(e^t - \frac{1}{3} e^{-3t} - \frac{2}{3} \right), \quad t \geq 0.$$

- a. Beräkna impulssvaret.
- b. Beräkna överföringsfunktionen $G(s)$ för systemet $\mathcal{G}$ med hjälp av definitionen av Laplacetransformen. Laplacetransformationen $G(s)$ konvergerar bara i ett halvplan $\operatorname{Re} s > \alpha$. Bestäm α .
- c. Visa att den allmänna lösningen $y(t)$ för ett linjärt system

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \quad x(0) = x_0 \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

kan skrivas som

$$y(t) = G(i\omega)e^{i\omega t} + Ce^{At}(x_0 - \bar{x}_0(\omega)),$$

då $u(t) = e^{i\omega t}, t \geq 0$, där ω är ett reellt tal. Man brukar tala om frekvensfunktion $G(i\omega)$ och transienter. Ange uttrycken för $G(i\omega)$ och $\bar{x}_0(\omega)$.

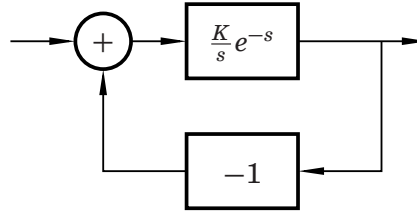
Använd uttrycken på exemplet $A=[0,0;0,-2]; B=[1;1]; C=[1,1]; D=0$; och $u(t) = (e^{i\omega t} - e^{-i\omega t})/2i = \sin \omega t, t \geq 0$.

- d. Ofta är överföringsfunktionen $G(s)$ en rationell funktion, dvs den har formen

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)}, \quad s \in \mathbf{C}$$

där $a(s)$ och $b(s)$ är polynom av ändlig ordning. Hur kan man kontrollera att ett system givet på denna form är stabilt? Vad menas med poler och nollställen?

- e. Ett exempel på ett system vars överföringsfunktion inte är en rationell funktion, är systemet i Figur 2. För vilka $K \geq 0$ är detta (slutna) system stabilt?



Figur 2 Systemet som avses i Uppgift 1e.

2.

- a. Formulera argumentvariationsprincipen. Föreslå också en modifiering som kan tänkas gälla för system enligt Figur 2. Du behöver inte bevisa den.
- b. Betrakta det öppna systemet

$$L(s) = k \cdot \frac{(s+2)(s+1.9)}{s^3-1}$$

Har öppna systemet några instabila poler? För vilka värden på $k \geq 0$ stabiliseras systemet med hjälp av enkel -1 -återkoppling. Rita Nyquistkurvan (t ex MATLAB, `k=1; L=tf(k*[1,3.9,3.8],[1,0,0,-1]); nyquist(L)`) och använd argumentvariationsprincipen.

- c. Använd argumentvariationsprincipen för att ange de värden på $k \geq 0$ för vilka det öppna systemet

$$L(s) = k \cdot \frac{2s+1}{s^2(s+1)(0.4s+1)}$$

ger stabilt respektive instabilt slutet system vid återkoppling med -1 . Diskutera speciellt ”bilden av lilla halvcirkeln”. Exempelkod:

```
b=[0,0,0,2,1];a=[0.4,1.4,1,0,0];L=tf(b,a)
fi=[-1:0.01:1]*pi/2;circ=exp(i*fi);wmin=0.5;wmax=10;
bs=polyval(b,wmin*circ);as=polyval(a,wmin*circ);gcirc=bs./as;
plot(real(gcirc),imag(gcirc)),hold on,nyquist(L,{wmin,wmax})
```

Argumentvariationsprincipen beskriver även hur **antalet** poler i högra halvplanet varierar för de olika $k \geq 0$. Verifiera med MATLAB genom att beräkna rötterna till slutna systemets nämnarpolynom för de intressanta k -värdena, `b=[0,0,0,2,1];a=[0.4,1.4,1,0,0];roots(a+k*b)`.

Vad händer om öppna systemet i stället är

$$L(s) = k \cdot \frac{2s-1}{s^2(s+1)(0.4s+1)}$$

3.

- a. Beskriv Bodes relationer och vilka verktyg som används för dess härledning.
- b. Använd följande variant av Bodes relationer för att numeriskt beräkna faskurvan utifrån beloppskurvan av överföringsfunktionen $G(s) = \frac{1}{s+1}$.

$$\arg G(i\omega_0) = \frac{2\omega_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{\log |G(i\omega)| - \log |G(i\omega_0)|}{\omega^2 - \omega_0^2} d\omega$$

I MATLAB kan man för numerisk integration t ex använda quad.

Vad händer om du sätter $G(s) = \frac{1}{s-1}$? Jämför med de exakta uttrycken för fasen.

- c. Betrakta Bodediagrammet för

$$G(s) = \frac{(s+1/2)(s+2)}{s(s+1/4)(s+1)(s+4)}.$$

Välj $\hat{G}(s)$ vars beloppskurva $|\hat{G}(i\omega)|$ är en rät linje i ett loglog-diagram och som mellan $\omega = 1/4$ och $\omega = 4$ approximerar $G(i\omega)$. Bestäm alltså K och a i $\hat{G}(s) = \frac{K}{s^a}$, där lutningen a ej måste vara heltal. Beräkna $\arg G(i)$ och jämför med $\arg \hat{G}(i)$. Diskutera kopplingen mellan linjens lutning och faskurvan. För plottning av beloppskurvan för $\hat{G}$ med MATLAB, använd t ex: `om=logspace(log10(1/4),log10(4)); F_mag=K./om.^a; loglog(om,F_mag)`